



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

# PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE - JUNIO 2016

## MATEMÁTICAS II

### INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de cualquier otro dispositivo que pueda ejercer esta función.
5. Los dispositivos que pueden conectarse a internet, o que pueden recibir o emitir información, deben estar apagados durante la celebración del examen.

### OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

#### Ejercicio 1

Sea  $A$  una matriz de la forma  $A = \begin{pmatrix} -x+1 & -1 \\ x & x+1 \end{pmatrix}$ , con  $x \in \mathbb{R}$ . Sea  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz identidad.

- 1) [2 PUNTOS] Calcule los valores de  $x$  para los cuales se verifica la igualdad  $A \cdot (A - I) = A - I$ .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule los valores de  $x$  para los cuales  $A$  tiene inversa. Calcule la inversa de  $A$  cuando  $x = 2$ .

#### Ejercicio 2

Se quiere construir un depósito (sin techo) con forma de prisma recto de base cuadrada y lados rectángulos. El depósito debe albergar un volumen de  $2000 \text{ m}^3$ . Sabemos que el coste de materiales de la base es de  $50\text{€/m}^2$ , el coste de materiales de las cuatro paredes es de  $100\text{€/m}^2$ . Además, el coste de construcción es un coste fijo de  $20000\text{€}$ .

- 1) [0,5 PUNTOS] Escriba la función  $c(l)$  de coste total en función del lado de la base  $l$ .
- 2) [1,5 PUNTOS] ¿Para qué valor de  $l$  es el coste total mínimo? ¿Cuánto es este coste?
- 3) [0,5 PUNTOS] ¿Qué ocurre con el coste cuando el lado  $l$  de la base del depósito tiende a infinito? ¿Y cuando tiende a cero?
- 4) [1 PUNTO] Usando solo los datos obtenidos de los apartados anteriores, haga un esbozo de la gráfica de la curva  $c(l)$  en el dominio  $l \in (0, \infty)$ .

#### Ejercicio 3

Sea  $\Pi$  el plano  $\Pi \equiv x - y + z = 0$ . Sea  $r$  la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$

- 1) [0,75 PUNTOS] Describa la posición relativa de  $\Pi$  y  $r$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule el ángulo formado por  $\Pi$  y  $r$  (si no posee calculadora, puede dejar indicado el resultado final).
- 3) [1,5 PUNTOS] Dé un ejemplo de una recta que corte a  $r$ , una recta que sea paralela y distinta de  $r$  y una recta que se cruce con  $r$ . Al menos una de esas rectas debe darse mediante sus ecuaciones implícitas (generales).

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

### Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & t & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ t^2 - 3t + 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

con  $t \in \mathbb{R}$ .

[3,25 PUNTOS] Estudie la compatibilidad del sistema, dependiendo del parámetro  $t$ , y calcule todas las soluciones en los casos en los que sea compatible.

### Ejercicio 2

Sea  $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 2)$ .

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule el dominio de  $f$ , los cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
- 2) [1 PUNTO] Haga un esbozo de la gráfica de  $f$ .

### Ejercicio 3

Sea  $\Pi$  el plano  $\Pi \equiv (0, 0, 1) + t\overrightarrow{(1, 2, 0)} + s\overrightarrow{(0, 1, 1)}$ , sea  $U$  el punto  $U = (2, 0, 1)$ .

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule el punto  $V$  de  $\Pi$  más próximo a  $U$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la distancia de  $U$  a  $\Pi$ .
- 3) [0,75 PUNTOS] Calcule las ecuaciones implícitas (generales) de una recta paralela al plano  $\Pi$  que pase por el punto  $U$ .